



دکتر احمد خونساری

پردازش اطلاعات کوانتومی

پاییز ۱۴۰۲



ارائه ۶-۲

۱ مثال: دورنوردی کوانتومی

در این مثال سعی می‌کنیم یک پدیده غیربديهی و عجیب را بررسی کنیم: دورنوردی کوانتومی!^۱ دورنوردی کوانتومی [۱] روشی برای انتقال حالت کوانتومی بدون استفاده از لینک مخابراتی کوانتومی بین فرستنده و گیرنده است. دورنوردی



شکل ۱: ریک و مورتی در حال دورنوردی! عکس تزئینی است.

کوانتومی به ترتیب زیر کار می‌کند: فرستنده (آلیس) و گیرنده (باب) در زمان ملاقات یک جفت EPR^۲ را تولید کرده‌اند و هر کدام یک کیوبیت را با خود حمل می‌کند. حال آلیس و باب در فاصله بسیار زیادی از یکدیگر قرار دارند. آلیس می‌خواهد یک کیوبیت $|\psi\rangle$ را بدون اینکه اندازه‌گیری کند و از حالت آن با خبر شود به باب ارسال کند. اما آلیس فقط می‌تواند اطلاعات کلاسیک برای باب ارسال کند. در نگاه اول آلیس با چالش‌های زیادی روبرو است. آلیس حالت کیوبیت را نمی‌داند و حتی اگر حالت آن را نیز می‌دانست برای توصیف آن به بی‌نهایت اطلاعات کلاسیک نیاز داشت. اما خواهیم دید که آلیس با کمک جفت EPR و سربار قابل پذیرش انتقال اطلاعات کلاسیک می‌تواند وظیفه خود را انجام دهد.

گام‌هایی که آلیس باید دنبال کند به شرح زیر هستند:

۱. آلیس به صورت محلی محاسباتی را با استفاده از نیمی از جفت EPR و کیوبیت $|\psi\rangle$ انجام می‌دهد.

¹Quantum Teleportation

²Einstein, Podolsky, and Rosen

۲. آلیس هر دو کیوبیت را پس از انجام محاسبات اندازه می‌گیرد و حاصل را که یکی از مقادیر 00، 01، 10، یا 11 است، برای باب ارسال می‌کند.

۳. باب بر اساس مقدار دریافتی از آلیس محاسباتی را در سمت خود انجام می‌دهد. بر اساس این محاسبات محلی، باب می‌تواند کیوبیت $|\psi\rangle$ را بازیابی کند.

مدار اسلاید ۴ را برای جزئیات بیشتر ملاحظه کنید. سیم اول کیوبیت $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ را نشان می‌دهد و دو سیم بعدی دو کیوبیت درهم‌تنیده $\beta_{00} = \frac{|00\rangle + |11\rangle}{\sqrt{2}}$ را نشان می‌دهند (جفت EPR). در ابتدا قبل از محاسبات آلیس و باب، سیستم در حالت $|\psi_0\rangle$ قرار دارد. سپس آلیس دو عملیات CNOT و Hadamard استفاده می‌کند که حالت سیستم را به $|\psi_2\rangle$ تغییر می‌دهد. سپس، آلیس دو کیوبیت خودش را اندازه‌گیری می‌کند و حاصل که اطلاعات کلاسیک است را برای باب ارسال می‌کند. باب، پس از دریافت این دو بیت، به صورت کنترل‌شده دو عملیات X و Z را اعمال می‌کند. اگر دو بیت دریافتی 00 باشند، باب هیچ کاری انجام نمی‌دهد و اگر دو بیت دریافت 11 باشند باب هر دو عملیات را اعمال می‌کند. برای بقیه حالت‌ها هم اسلاید ۵ را ببینید. ملاحظه می‌کنید که حالت کیوبیت سوم که در اختیار باب بوده است به حالت کیوبیت $|\psi\rangle$ تبدیل می‌شود و به این ترتیب کیوبیت مد نظر در سمت باب ظاهر می‌شود. دقت کنید که کیوبیت سمت آلیس به دلیل محاسبات و اندازه‌گیری از دست رفته است و دیگر در دسترس نیست. بنابراین اصل عدم امکان کپی تخطی نشده است. در اسلاید ۶ خلاصه‌ای از تاریخچه دورنوردی کوانتومی را ملاحظه می‌کنید. این پدیده نخستین بار در سال ۱۹۹۳ مطرح شد، نخستین بار در سال ۱۹۹۷ به صورت آزمایشگاهی بررسی شد [۲] و بیشترین فاصله‌ای که تا کنون دورنوردی انجام گرفته است ۱۴۰۰ کیلومتر از طریق ماهواره Micius بوده است [۳].

۲ مثال: کدگذاری ابرچگال

کدگذاری ابرچگال یکی از کاربردهای مقدماتی و جالب مکانیک کوانتوم است. این پدیده در سال ۱۹۹۲ به صورت تئوری و در سال ۱۹۹۶ به صورت آزمایشگاهی ارائه شده است. مانند مثال قبلی فرض کنید که یک فرستنده (آلیس) و گیرنده (باب) در فاصله بسیار دور از یکدیگر قرار دارند ولی یک جفت EPR را تقسیم‌شده در اختیار دارند:

$$|\psi\rangle = \frac{|00\rangle + |11\rangle}{\sqrt{2}}. \quad (1)$$

در ادامه می‌بینیم که آلیس می‌تواند یک کیوبیت را برای باب ارسال کند (از طریق یک لینک کوانتومی) و باب با بررسی آن دو بیت کلاسیک را استخراج نماید. روال کاری آلیس به شرح زیر خواهد بود:

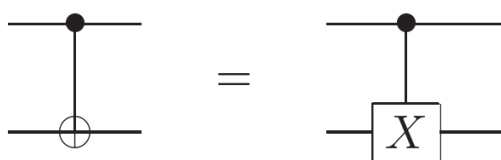
۱. اگر آلیس بخواهد رشته 00 را برای باب ارسال کند، تغییری در نیمه جفت EPR ایجاد نمی‌کند.

۲. اگر آلیس بخواهد رشته 01 را برای باب ارسال کند، عملیات X را بر روی کیوبیت خود اعمال می‌کند.

۳. اگر آلیس بخواهد رشته 10 را برای باب ارسال کند، عملیات Z را بر روی کیوبیت خود اعمال می‌کند.

۴. اگر آلیس بخواهد رشته 11 را برای باب ارسال کند، عملیات XZ را بر روی کیوبیت خود اعمال می‌کند (یعنی اول Z و سپس X).

در نتیجه این عملیات، جفت EPR تغییر می‌کند. حاصل را در اسلاید شماره ۷ می‌توانید ملاحظه کنید. توجه کنید که چگونه مقدار بیت اول تغییر کرده است. سپس، آلیس کیوبیت خود را به سمت باب می‌فرستد. باب، پس از دریافت کیوبیت، مدار صفحه ۸ را به کار می‌برد. به خاطر داشته باشید که مدار CNOT به صورت زیر عمل می‌کند، یعنی به صورت کنترل‌شده مدار X را اعمال می‌کند. به صورت دقیق‌تر، اگر کیوبیت اول $|1\rangle$ باشد، مدار بر روی کیوبیت



شکل ۲: نمایش‌های CNOT

دوم اعمال می‌شود و در غیر اینصورت کیوبیت دوم بی‌تغییر می‌ماند. سپس، مدار هادامارد بر روی کیوبیت اول اعمال می‌شود. خروجی گام به گام ناشی از عملیات فوق را در جدول اسلاید ۸ می‌بینید. ملاحظه می‌کنید که با اندازه‌گیری در پایه‌های محاسباتی، می‌توان دو بیت کلاسیک که منظور آلیس بوده است را استخراج کرد.

۳ خلاصه

Quantum teleportation is a process by which the state of qubit ($|\psi\rangle$) can be transmitted from one location to another, using two bits of classical communication and a Bell pair. ... Superdense coding is a procedure that allows someone to send two classical bits to another party using just a single qubit of communication. It can be thought of as the opposite of quantum teleportation, in which one transfers one qubit from Alice to Bob by communicating two classical bits. Wikipedia.

۴ یادآوری

گیت کوانتومی NOT:

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (۲)$$

گیت Z که کیوبیت در حالت $|0\rangle$ را تغییر نمی‌دهد، اما حالت $|1\rangle$ را به $-|1\rangle$ تغییر می‌دهد:

$$Z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (۳)$$

گیت هادامارد:

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad (۴)$$

بعضی مواقع به این گیت «ریشه دوم NOT» و «جذر NOT» نیز گفته می‌شود. زیرا حالت $|0\rangle$ را به $\frac{|0\rangle+|1\rangle}{\sqrt{2}}$ تبدیل می‌کند (ستون اول را ببینید) که وسط $|0\rangle$ و $|1\rangle$ قرار می‌گیرد. همچنین، حالت $|1\rangle$ را به $\frac{|0\rangle-|1\rangle}{\sqrt{2}}$ تبدیل می‌کند (ستون دوم را ببینید) که باز هم بین $|0\rangle$ و $|1\rangle$ قرار دارد. توجه کنید که H^2 برابر گیت NOT نیست و با محاسبه ساده مشخص می‌شود که $H^2 = I$ است.

مراجع

- [1] C. H. Bennett, G. Brassard, C. Crépeau, *et al.*, "Teleporting an unknown quantum state via dual classical and einstein-podolsky-rosen channels," *Phys. Rev. Lett.*, vol.70, pp.1895–1899, Mar 1993.
- [2] D. Bouwmeester, J.-W. Pan, K. Mattle, *et al.*, "Experimental quantum teleportation," *Nature*, vol.390, pp.575–579, Dec. 1997.
- [3] J.-G. Ren, P. Xu, H.-L. Yong, *et al.*, "Ground-to-satellite quantum teleportation," *Nature*, vol.549, pp.70–73, Sept. 2017.